PS Algorithmen und Datenstrukturen 2026

Aufgabenblatt 9

Aufgabe 25

Ein Logistikunternehmen betreibt eine Menge von Logistikzentren L und möchte eine Menge an Orten O beliefern. Zwischen diesen Standorten gibt es (auch untereinander, also zwischen zwei Orten bzw. Logistikzentren) Verbindungen (z.B. Straßen), die jeweils eine bekannte positive Distanz haben. Bedenken Sie, dass diese Verbindungen nicht symmetrisch sein müssen (z.B. Einbahnstraßen). Für jeden Ort soll das nächstgelegene Logistikzentrum (gemessen an der Gesamtdistanz über die Verbindungen) ermittelt werden.

1. Beschreiben Sie, wie dieses Problem als ein Graphproblem modelliert werden kann.
2. Entwickeln Sie basierend auf Ihrer Modellierung aus Teil 1 einen Algorithmus, der für jeden Ort $o \in O$ dasjenige Logistikzentrum $l^* \in L$ findet, sodass die Distanz $\delta(l^*, o)$ minimal ist. Der Algorithmus soll für einen Graphen $G = (V, E)$ eine Laufzeit von $O((|E| + |V|) \log |V|)$ haben.

Aufgabe 26

Kruskals Algorithmus berechnet einen minimalen Spannbaum.

- Zeigen Sie, dass der von Kruskals Algorithmus berechnete minimale Spannbaum im Allgemeinen nicht eindeutig ist.
- Welche Änderungen müssen an Kruskals Algorithmus durchgeführt werden, um einen maximalen Spannbaum zu erhalten?

Aufgabe 27

Gegeben sei ein ungerichteter, gewichteter Graph $G = (V, E)$. Die *schwerste Kante* eines Schnitts $(C, V - C)$ von G ist analog zur in der Vorlesung vorgestellten *leichtesten Kante* definiert. Zeigen Sie, dass G einen eindeutigen *maximalen* Spannbaum besitzt, wenn für jeden Schnitt $(C, V - C)$ von G eine eindeutige *schwerste Kante* existiert, die $(C, V - C)$ kreuzt.