

PS Algorithmen und Datenstrukturen 2026

Aufgabenblatt 4

Aufgabe 10

Bestimmen Sie für jede der folgenden Funktionen, ob sich das Master-Theorem aus der Vorlesung anwenden lässt oder nicht und begründen Sie Ihre Entscheidung. Wenn möglich, ist weiters eine Abschätzung mit Hilfe des Master-Theorems anzugeben.

1. $T_1(n) = 81T_1(\frac{n}{3}) + 3n^4 + n^3$
2. $T_2(n) = 20T_2(\frac{n}{5}) + 22T_2(\frac{n}{5}) + 5n^2 + 8$
3. $T_3(n) = T_3(\frac{n}{2}) + \log n$

Aufgabe 11

Welche (enge) Laufzeitkomplexität hat Quick-Sort für Arrays, die auf folgende Art konstruiert werden. Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Sei n eine ungerade Zahl.
2. Die ersten $\frac{n-1}{2}$ Zahlen des Arrays sind die Zahlen $\frac{n-1}{2}, \dots, 1$ in dieser Reihenfolge.
3. Die restlichen Zahlen des Arrays sind die Zahlen $n, \dots, \frac{n+1}{2}$ in dieser Reihenfolge.

Betrachten Sie dabei die in der Vorlesung vorgestellte Variante von Quick-Sort, in welcher immer der letzte Eintrag des momentanen Teilarrays als Pivot-Element verwendet wird.

Aufgabe 12

Sei $A[1, \dots, n]$ ein Array mit n unterschiedlichen Zahlen. Wenn $i < j$ und $A[i] > A[j]$ für Indizes i und j gilt, dann nennt man dies eine *Fehlstand*.

Formulieren Sie einen Algorithmus in Pseudocode, um die Anzahl der Fehlstände in einem Array zu berechnen. Die Worst-Case-Laufzeit soll $O(n \log n)$ betragen.

Tipp: Modifizieren Sie einen der Sortieralgorithmen aus der Vorlesung in geeigneter Weise.