

PS Algorithmen und Datenstrukturen 2026

Aufgabenblatt 3

Aufgabe 7

Sei $A[1, \dots, n]$ ein Array mit n Zahlen. Formulieren Sie einen rekursiven Divide & Conquer-Algorithmus in Pseudocode, um das Maximum der Werte im Array A zu berechnen.

Aufgabe 8

Formulieren Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der feststellt, welche Zahl s im Array $A[1, \dots, n]$ maximal unmittelbar aufeinander folgt. Der Algorithmus gibt sowohl die Zahl s als auch deren Häufigkeit aus.

- Der Algorithmus soll eine Laufzeit von $O(n)$ besitzen.
- Geben Sie eine passende Schleifeninvariante an und zeigen Sie damit die Korrektheit des Algorithmus.

Zur Verdeutlichung der gewünschten Funktionsweise des Algorithmus folgen einige Beispiele:

Eingabe	Ausgabe
$A = [3, 7, 2, 2, 2, 6, 1, 2]$	$s = 2$ mit Häufigkeit 3
$A = [3, 7, 3, 3, 7, 3, 7, 3]$	$s = 3$ mit Häufigkeit 2
$A = [1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4]$	$s = 4$ mit Häufigkeit 4

Aufgabe 9

Betrachten Sie den folgenden Pseudo-Code, welcher eine sogenannte *randomisierte Suche* nach dem Element s im Array A beschreibt.

```
1: RANDOM-SEARCH( $A, s$ )
2:   while True
3:      $i$  = uniformly selected random index in  $A$ 
4:     if  $A[i] = s$ 
5:       return true
```

Was ist die erwartete Anzahl an Elementen von A welche bei der Suche nach s geprüft werden, wenn sich Element s genau einmal in A befindet? Ermitteln Sie zunächst, welcher Wahrscheinlichkeitsverteilung die Zufallsvariable X , die die Anzahl der Suchschritte (d.h., Anzahl der Zugriffe auf das Array) beschreibt, unterliegt? Recherchieren Sie mit welcher bekannten Zufallsverteilung X beschrieben werden kann und auch den Erwartungswert der Zufallsvariable X . Zeigen Sie die Herleitung dieses Erwartungswertes.

Betrachten Sie nun den folgenden Pseudo-Code, welcher das Element s im Array A nach einer einmaligen randomisierten Permutation sucht.

```
1: PERMUTATION-SEARCH( $A, s$ )
2:    $A$  = random permutation of  $A$ 
3:    $i = 1$ 
4:   while True
5:     if  $A[i] = s$ 
6:       return true
7:      $i = i + 1$ 
```

Was ist die erwartete Anzahl an Elementen von A welche bei der Suche nach s geprüft werden, wenn sich Element s genau einmal in A befindet? Um welche Wahrscheinlichkeitsverteilung handelt es sich hier?